

2018-2019 учебный год


**КУБОК
ГАГАРИНА**
олимпиада школьников

МАТЕМАТИКА

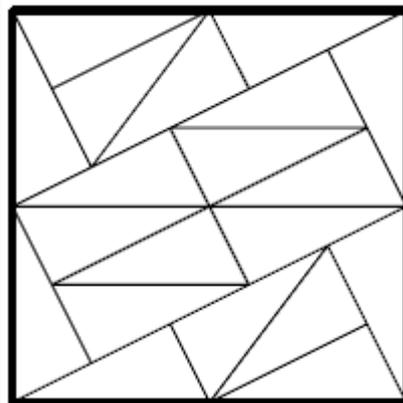
ОТВЕТЫ РЕСПУБЛИКАНСКОГО ЭТАПА
7 класс

1. 5, 12, 19, 26, 33

Возможное решение.

Смотря на второе и третье числа, видим, что разность между числами не больше 9. Первое число – однозначное, значит, $I = 1$, тогда $L = 2$, $C = 3$. Тогда второе число равно 12, пятое – 33, разница между ними (21) равна утроенной разности между соседними числами, то есть разность равна 7. Отсюда получаем все остальные числа.

2. См. рисунок:



3. Например, 2, 2, 2, $-1/7$ (возможны и другие примеры)

4. 8 погремушек

Возможное решение.

Красные шарики в кольце делят синие на три группы, дающие в сумме 7 шариков. Повороты позволяют получить все циклические перестановки этих групп, а переворачивания – все остальные. Поэтому искомое количество будет равно числу способов представить число 7 в виде суммы трёх неотрицательных целых слагаемых с точностью до их перестановки. Это можно сделать 8 способами: $7 = 7 + 0 + 0 = 6 + 1 + 0 = 5 + 2 + 0 = 5 + 1 + 1 = 4 + 3 + 0 = 4 + 2 + 1 = 3 + 3 + 1 = 3 + 2 + 2$.

5. 5 двоек

Возможное решение.

Добавим по единице к каждой оценке Вадима. Его сумма баллов увеличится на 20. С другой стороны, она станет больше суммы оценок Олега на учетверённое количество двоек Олега

6. 4648

Возможное решение.

Пусть $\overline{abcdefghi}$ – девятизначное число. Из него образуют сумму

$$S = \overline{abc} + \overline{bcd} + \dots + \overline{ghi} = 100a + 110b + 111(c + d + e + f + g) + 11h + i.$$

Сумма S достигает максимума тогда, когда большие цифры входят в неё с большими коэффициентами. Значит, c, d, e, f, g – это 9, 8, 7, 6 и 5, $b = 4, a = 3, h = 2, i = 1$.

7. $a = 4, b = 6$

Возможное решение.

При $a \geq 5$ $a!$ чётно и кратно 5, то есть десятичная запись этого числа оканчивается нулём, а вся левая часть оканчивается цифрой 2. Следовательно, оно не может быть точным квадратом. Проверив значения $a = 1, 2, 3, 4$, получим ответ.

8. Матвей выиграет

Возможное решение.

Пусть Матвей возьмёт первым ходом цифру 3; тогда Эмиль вынужден брать 4 (иначе Матвей вторым ходом её возьмёт и выиграет, составив число 34). Заметим, что вторым своим ходом Эмиль не выиграет, ибо единственное двузначное число, содержащее 4 в своей записи и делящееся на 17 – это 34. Далее Матвей возьмёт 1, угрожая составить число 51 или число 136. Как показано выше, Эмиль немедленно выиграть не может. Оразить обе указанные угрозы одновременно он тоже не может, следовательно, следующим ходом Матвей выиграет. *Существуют и другие выигрышные стратегии для Матвея.*